COORDENADAS CARTESIANAS

Matemáticas para las
Ciencias y Artes

Bloque 2

2. Coordenadas cartesianas

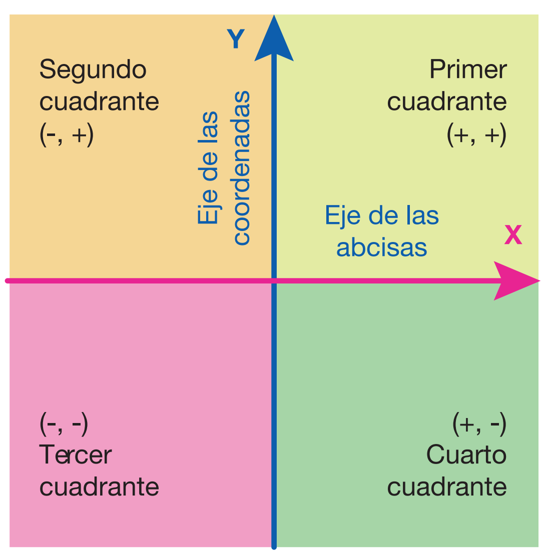
Los diagramas y coordenadas cartesianas son, a partir de René Descartes, una de las herramientas más usadas y útiles en el estudio de las matemáticas, ya que, se estudian y aplican, desde la enseñanza primaria, hasta la universitaria y en diversas investigaciones. En este bloque veremos detalladamente sus elementos y usos en la geometría.

2.1. El plano cartesiano

Para poder realizar una representación gráfica de alguna relación matemática, se usa un sistema bidimensional, denominado plano cartesiano. El plano cartesiano está constituido por dos rectas perpendiculares (una en posición horizontal y la otra en posición vertical) y cumplen con las siguientes características:

- A la recta horizontal se le llama eje *X* o eje de las abscisas.
- A la recta vertical se le llama eje *Y* o eje de las ordenadas.
- Al punto donde se interceptan las rectas se le llama “el origen”.
- El eje *X* y el eje *Y* dividen al plano cartesiano en cuatro cuadrantes. Más adelante hablaremos de ellos. (Palmer y Fletcher, 2013).

Figura 1. Cuadrantes

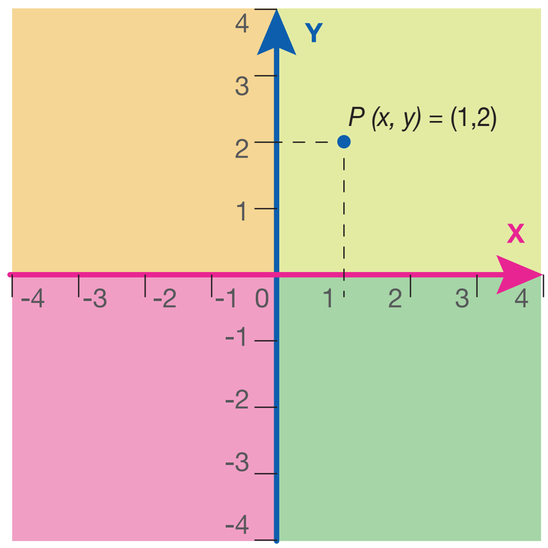


El nombre de “cartesiano” es en honor al filósofo francés René Descartes (1596-1650), ya que fue quien planteó la idea de resolver problemas geométricos por medio del álgebra, a partir de un sistema de coordenadas rectangulares. (Ramírez, 2004).

En el plano cartesiano, la posición de un punto P está determinada por una pareja de números reales (x, y), donde la primer entrada, x, representa la distancia de P al eje Y, mientras que, la segunda entrada, y, representa la distancia del punto P al eje X.

Ejemplo. La siguiente imagen nos muestra al plano cartesiano y a un punto $P(x, y) = (1, 2)$. P se encuentra a una unidad de distancia del eje Y y a dos unidades de distancia del eje X.

Figura 2. Punto en el plano



Así, la ubicación de cualquier punto P queda determinada por los cuatro cuadrantes mostrados en la **Figura 1**, dadas las siguientes condiciones:

- Un punto $P(x, y)$ estará ubicado en el primer cuadrante, sí y sólo si, las entradas x y y son números reales positivos.
- Un punto $P(x, y)$ estará ubicado en el segundo cuadrante, sí y sólo si, la entrada x es un número real negativo y si la entrada y es un número real positivo.
- Un punto $P(x, y)$ estará ubicado en el tercer cuadrante, sí y sólo si, las entradas x y y son números reales negativos.
- Un punto $P(x, y)$ estará ubicado en el cuarto cuadrante, sí y sólo si, la entrada x es un número real positivo y si la entrada y es un número real negativo.

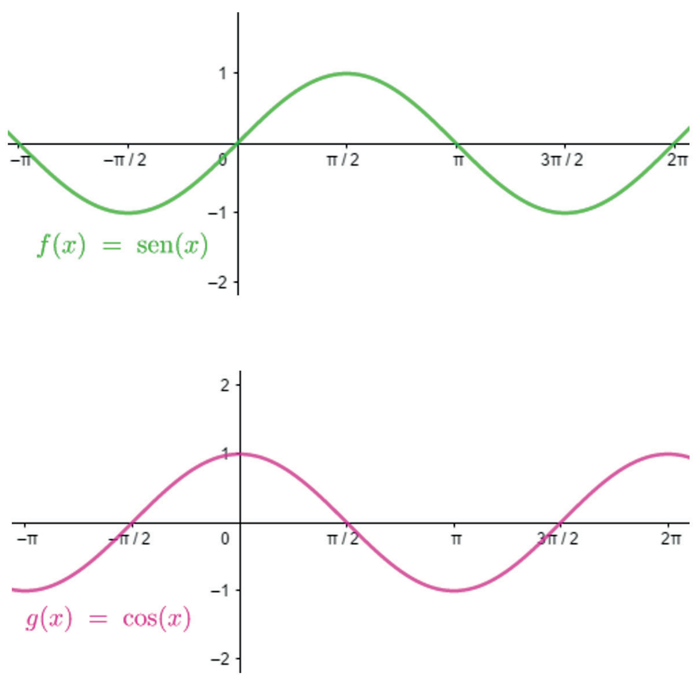
Además, tenemos las siguientes tres condiciones

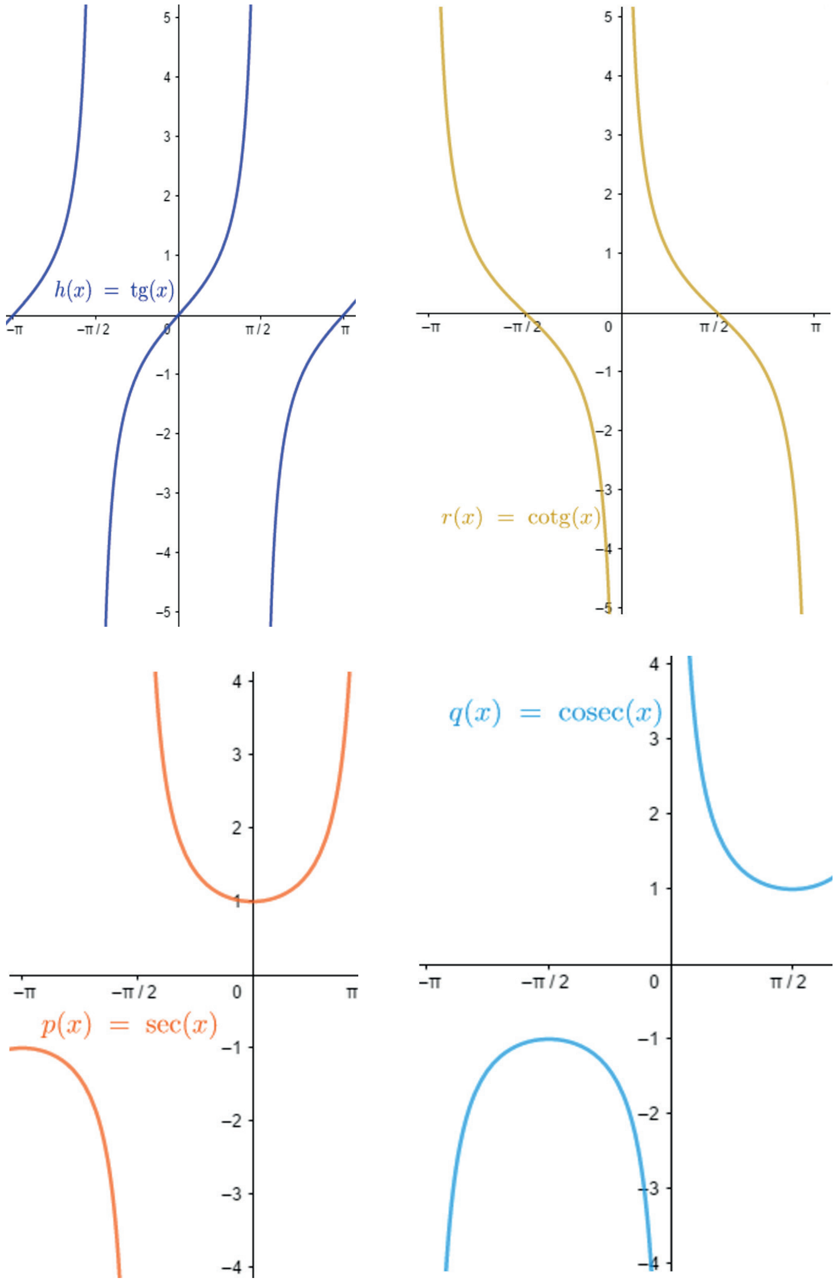
- Un punto *P* (*x, y*) estará ubicado sobre el eje *X*, si para cualquier valor de la entrada *x*, la entrada y es igual a cero.
- Un punto *P* (*x, y*) estará ubicado sobre el eje *Y*, si para cualquier valor de la entrada *y*, la entrada *x* es igual a cero.
- “El origen” está determinado por el punto *P* (*x, y*) = (0,0).

2.1.1. Gráficas de funciones

En el plano cartesiano, se pueden representar las funciones trigonométricas estudiadas en el *Bloque 1*, lo que resulta muy útil al momento de poder visualizar las importantes propiedades que poseen, por ejemplo: máximo, mínimo, asíntotas, periodo, entre otras. Cada función trigonométrica posee su propia representación gráfica (gráfica de la función) y su estudio se extiende no sólo en las matemáticas, sino también en las artes. (Haaser, La Salle y Sullivan, 1998). A continuación, se muestran las principales gráficas relacionadas a funciones trigonométricas.

Figura 3. Funciones trigonométricas





Una función es una relación entre dos conjuntos, en ella, a cada elemento del primer conjunto le corresponde un único elemento del segundo conjunto. Podemos establecer una relación mediante las funciones trigonométricas como $y = \mathrm{sen}\,(x)$, $y = \cos\,(x)$, $y = \tan\,(x)$, etc.

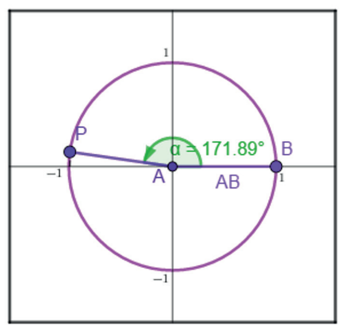
Observa como a la izquierda de la igualdad tenemos siempre a *y*, y su valor depende del valor que tome *x*. Así, decimos que, dada una función, al conjunto formado por todas las *x* se le conoce como *dominio* de la función, mientras que, al conjunto formado por todas las *y*, se le conoce como *imagen*. En las funciones, se suele utilizar la representación $y= f(x)$, léase "*y* está en función de *x*".

Cuando tenemos suficientes puntos (x, $y = f(x)$) de una función, es posible “unir” en secuencia ordenada a éstos para poder obtener la gráfica de dicha función.

Construcción de la gráfica del seno y del coseno de α

Si tomamos como base un círculo de radio r = 1 con centro en *A* y considerando un ángulo α arbitrario medido, a partir del segmento *AB* y en sentido positivo. es decir, en sentido contrario a las manecillas del reloj; todo ángulo puede ser colocado, de una sola manera, y de forma tal que, su vértice coincida con el origen de la coordenada. Así, uno de sus lados (llamado lado inicial) coincidirá con la semirrecta *AB* y el otro lado (llamado lado terminal) quedará ubicado (a partir de la inicial) en la zona de barrida en sentido contrario a las manecillas del reloj y que coincidirán con la semirrecta *AP*.

Figura 4. Círculo unitario



Si hacemos rotar esta semirrecta *AP*, partiendo de la semirrecta *AB*, en sentido contrario a las manecillas del reloj, dibujaremos un círculo inscrito en los 4 cuadrantes (I, II, III y IV). Mientras la semirrecta *AB* esté rotando, también se describirá un ángulo α entre las rectas *AB* y *AP*. Y si proyectamos el punto *P* hasta los ejes *X* y *Y*, obtendremos dos segmentos:

- Sobre el eje *Y* se proyecta el segmento *AS* denominado seno del ángulo α (sen(α)).
- Sobre el eje *X* se proyecta el segmento *AC* denominado coseno del ángulo α (cos(α)).

A continuación, una representación gráfica del seno y del coseno del ángulo α, dados los dos puntos anteriores:

Figura 5. Construcción del seno

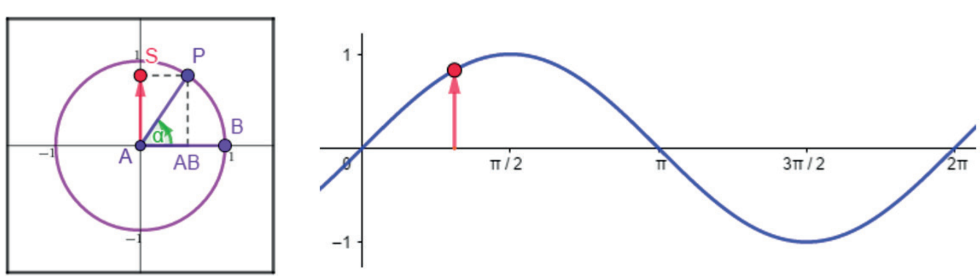
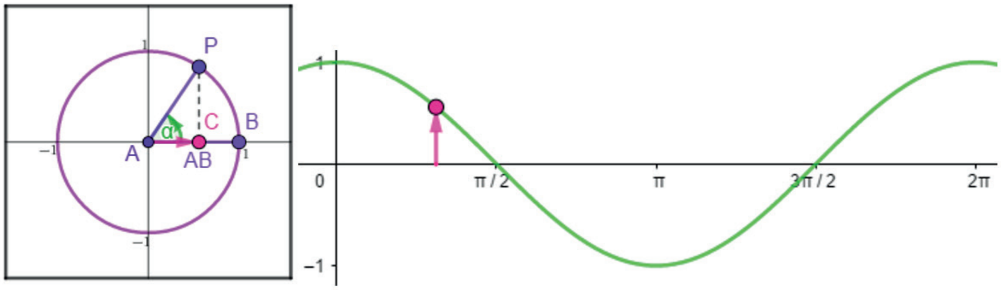


Figura 6. Construcción del coseno



A continuación, podemos observar las características de la función seno:

- Su dominio comprende a todos los números reales, sin embargo, su imagen o rango se encuentra en el intervalo [-1,1].
- La gráfica de la función corta al eje X siempre en los valores de $k\pi$ donde k es cualquier número entero.
- Alcanza su valor máximo en 1 y su mínimo en -1.
- Esta función se repite exactamente cada 2π, por lo cual, basta conocer los valores de la función en el intervalo $[0,2\pi]$, para conocer su valor en cualquier otro punto (se dice que la función es periódica).

Podemos observar las características de la función coseno, a continuación:

- Su dominio comprende a todos los números reales, sin embargo, su imagen o rango se encuentra en el intervalo [-1,1].
- La gráfica de la función corta al eje X siempre en los valores de $\frac{(2k+1)\pi}{2}$ donde k es cualquier número entero.
- Alcanza su valor máximo en 1 y su mínimo en -1.
- Esta función se repite exactamente cada 2π, por lo cual, basta conocer los valores de la función en el intervalo $[0,2\pi]$, para conocer su valor en cualquier otro punto (se dice que la función es periódica).

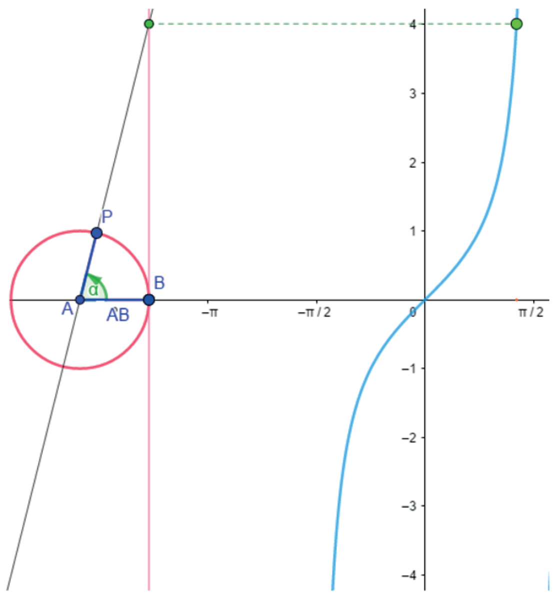
Gráfica de la función tangente del ángulo

La gráfica de la función tangente también se obtiene a través del círculo unitario. Su elaboración conlleva un grado más de dificultad; la forma más práctica es la siguiente:

1. Se dibuja un círculo unitario (de radio r = 1) con centro sobre el eje *X*.
2. Se dibuja un segmento *AB* que va del centro del círculo a un extremo de *B*, de manera que, *B* está sobre el eje *X* y a la derecha de *A*.
3. Se dibuja un segmento *AP* donde la distancia de *A* a *P* siempre es igual a 1.

4. *AP* rota en sentido contrario de las manecillas del reloj, partiendo de *AB* hasta dibujar la circunferencia completa.
5. En el punto *B*, se traza una línea perpendicular al eje *X*.
6. El segmento *AP* se amplía en una línea recta.
7. Finalmente, la gráfica se dibuja uniendo todos los puntos (*x, y*) donde cada entrada *x* está determinada por los radianes y cada entrada y respectiva, corresponde a la proyección de la entrada *y'* de los puntos de intersección entre la ampliación del segmento *AP* y la perpendicular del punto *B* con el eje *X*.

Figura 7. Construcción de la tangente



A continuación, podemos observar las características de la función tangente:

- Su dominio comprende a todos los números reales excepto donde el coseno del ángulo es igual a cero (esto es por la propia definición de la tangente, recuerda que tan (a) = $\frac{\text{sen (a)}}{\text{cos (a)}}$. Su imagen o rango son todos los números reales.
- La gráfica de la función corta al eje *X* siempre en los valores de kπ donde k es cualquier número entero.
- No alcanza un valor máximo ni mínimo.
- Esta función se repite exactamente cada *π*, por lo cual, basta conocer los valores de la función en el intervalo [0,*π*], para conocer su valor en cualquier otro punto (se dice que la función es periódica).

2.1.2. Formas geométricas

Las figuras geométricas según Placencia (2008) son representaciones que se hacen mediante un conjunto de puntos, tales como las líneas, superficies y cuerpos con determinada forma, tamaño y posición. Una figura geométrica es un espacio cerrado, limitado por puntos, líneas o por superficies. A aquellas que son de dos dimensiones se les denomina polígonos, aquellas que son sólidas o tridimensionales, poliedros.

Clasificación de las figuras geométricas por su dimensión:

Dimensión 0: adimensional

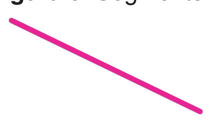
- **Punto:** es una figura geométrica sin dimensión, tampoco tiene longitud, área, volumen, ni otro ángulo dimensional.

Figura 8. Punto

Dimensión 1: lineales

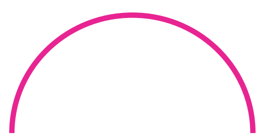
- **Segmento:** es un fragmento de recta.

Figura 9. Segmento



- **Curva:** es una superficie plana limitada por una línea curva (circunferencia).

Figura 10. Curva



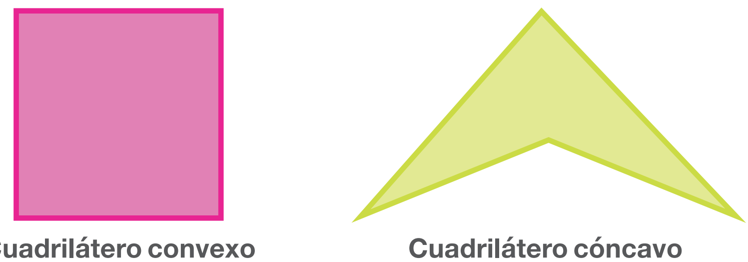
Dimensión 2: superficies

- **Triángulo:** es un polígono de tres lados.

Figura 11. Triángulo

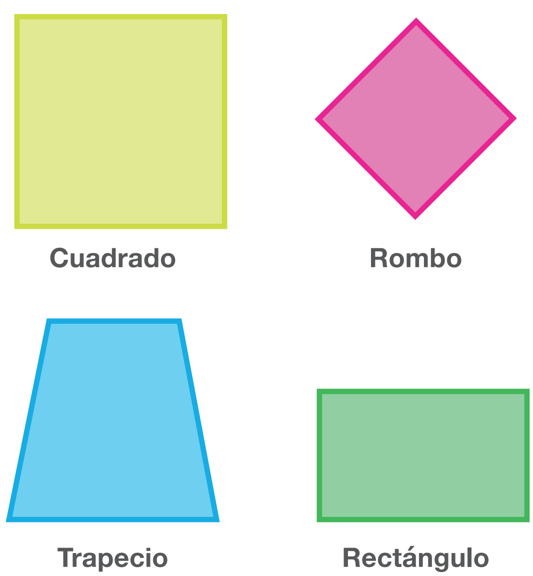
- **Cuadrilátero:** es un polígono que tiene cuatro lados. Existen dos tipos:
  1. **Cuadriláteros convexos:** son aquellos que al tomar dos puntos interiores *A* y *B* del mismo; todos los puntos del segmento *AB* están dentro del cuadrilátero.
  2. **Los cuadriláteros cóncavos** (o no convexos): son aquellos en los que se pueden encontrar dos puntos interiores *A* y *B*, y también, tienen la característica de que algunos de los puntos del segmento *AB* están fuera del cuadrilátero.

Figura 12. Cuadriláteros



- **Paralelogramo:** "es un cuadrilátero convexo cuyos pares opuestos son iguales y paralelos" (Márquez, 2016). A continuación, algunos ejemplos:
  1. **El cuadrado:** tiene todos sus lados de igual longitud.
  2. **El rectángulo:** tiene sus lados opuestos de igual longitud.
  3. **El rombo:** tiene todos sus lados de igual longitud y dos pares de ángulos iguales.
  4. **El romboide:** tiene los lados opuestos de igual longitud y dos pares de ángulos iguales.
  5. **Trapecio:** es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos no consecutivos. Existen varios tipos: rectángulo, isósceles y escaleno.

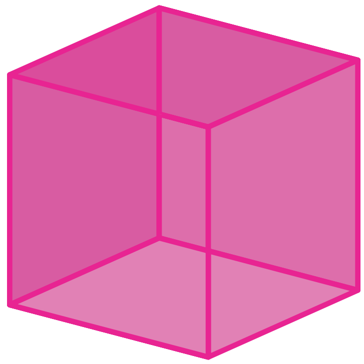
Figura 13. Paralelogramos



Dimensión 3: volumétricas

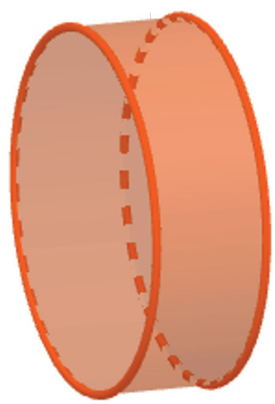
- **Cubo:** es un poliedro de seis caras cuadradas congruentes.

Figura 14. Cubo



- **Cilindro:** es una figura sólida o hueca de base circular u oval, cuyos lados rectos son paralelos.

Figura 15. Cilindro

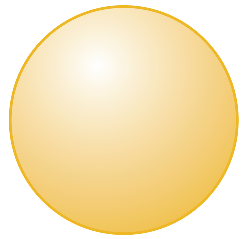


- **Cono:** es una figura sólida o hueca que se estrecha desde una base circular a un punto fuera de ésta.

Figura 16. Cono

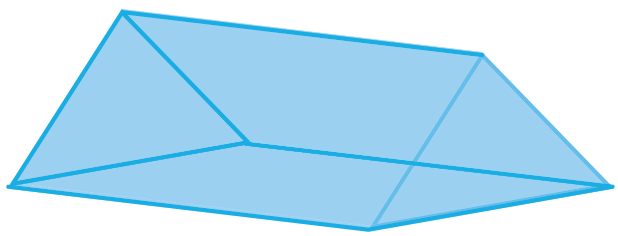
- Esfera: es una figura sólida cerrada, delimitada por una superficie en la que todos los puntos se encuentran equidistantes de un punto central, llamado centro.

Figura 17. Esfera



- **Prisma:** es un poliedro con dos polígonos congruentes y paralelos como bases, por lo que, todas las otras caras son paralelogramos. (Placencia, 2008).

Figura 18. Prisma



2.1.3. Polígonos

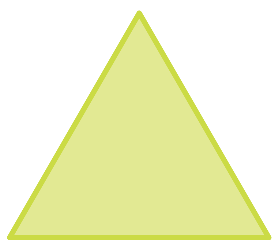
Un polígono es una figura geométrica cerrada cuyos lados están dispuestos de manera regular o irregular. Otros elementos característicos, además de sus lados, son sus diagonales (líneas rectas que unen uno o más vértices), el perímetro y sus ángulos internos.

A los polígonos los podemos clasificar en dos tipos:

Polígono regular

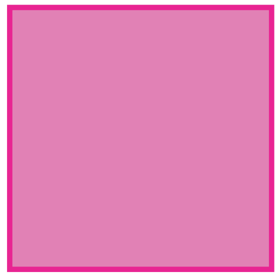
- **Triángulo equilátero:** polígono regular de tres lados.

Figura 19. Triángulo equilátero



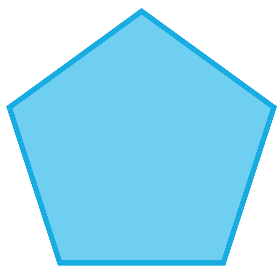
- **Cuadrado:** polígono regular de cuatro lados.

Figura 20. Cuadrado



- **Pentágono regular:** polígono regular de cinco lados.

Figura 21. Pentágono regular



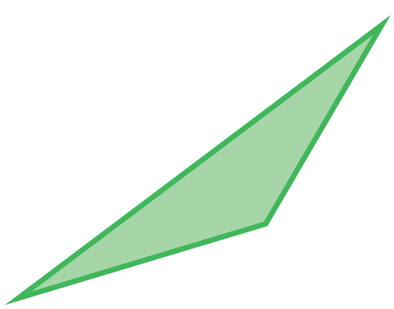
Y así sucesivamente, los polígonos tienen su nombre dependiendo de su número de lados.

Polígono irregular

De acuerdo con la página Portal Educativo (s.f.), un polígono irregular es aquel en el que "sus lados no son de igual longitud y / o sus vértices no están contenidos en una circunferencia". De acuerdo con el número de sus lados, se clasifican en:

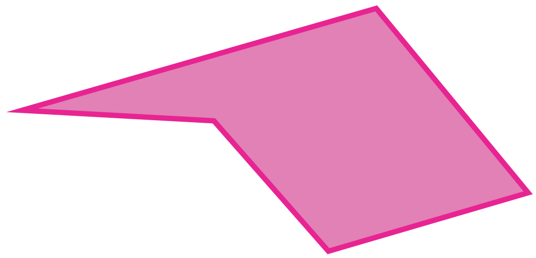
- **Triángulo:** polígono de tres lados.

Figura 22. Triángulo irregular



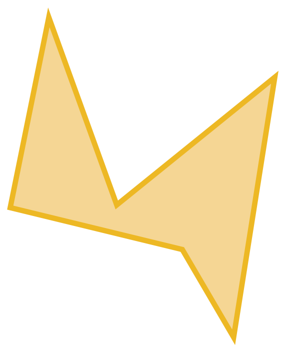
- **Pentágono:** polígono de cinco lados.

Figura 23. Pentágono irregular



- **Hexágono:** polígono de seis lados.

Figura 24. Hexágono irregular



Y así sucesivamente.

Triángulo

Esta figura es un polígono de tres lados. De acuerdo con la magnitud de sus ángulos, los triángulos se clasifican en:

- **Triángulo isósceles:** tiene dos ángulos iguales.
- **Triángulo escaleno:** tiene tres ángulos diferentes.
- **Triángulo rectángulo:** tiene un ángulo recto.
- **Triángulo obtusángulo:** tiene un ángulo obtuso.
- **Triángulo acutángulo:** tiene tres ángulos agudos.

Cuadrilátero

Polígono de cuatro lados. Se clasifican en:

- **Paralelogramo:** cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos, se denominan a su vez en:
  - **Rectángulo:** paralelogramo en el cual los cuatro ángulos son rectos, pero los lados adyacentes no son de igual longitud.
  - **Rombo:** paralelogramo que no tiene ángulos rectos, pero sus lados son de igual longitud.
  - Romboide: paralelogramo que no tiene ángulos rectos y sus lados adyacentes no son de igual longitud.
  - **Trapecio:** cuadrilátero que tiene sólo dos lados paralelos, se definen a su vez como:
  - **Trapecio rectángulo:** trapecio que tiene dos ángulos rectos.
  - **Trapecio isósceles:** trapecio en el que sus lados no paralelos son de igual longitud.
  - **Trapezoide:** cuadrilátero que no tiene lados paralelos.

2.1.4. Áreas de formas

Áreas de figuras geométricas regulares

El área de una figura es un concepto de medida en el cual podemos asignar un valor a la extensión de una superficie. La siguiente es una tabla con las fórmulas para obtener el área de las principales figuras geométricas regulares.

Cuadro 1. Áreas de figuras geométricas

Figura geométrica regular	Fórmula del Área
Cuadrado	$A = l^2$
Triángulo	$A = \frac{b\,(h)}{2}$
Rectángulo	$A = b\,(h)$
Rombo	$A = D\,(d)$

Trapecio	$A = \frac{h\,(B\,(b))}{2}$
Círculo	$A = \pi\,(r^2)$
Polígono >4 lados	$A = \frac{p\,(a)}{2}$

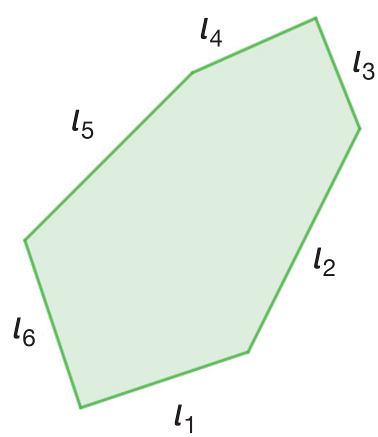
Áreas de figuras geométricas irregulares

A diferencia de las figuras geométricas regulares, no existe una fórmula directa para obtener el área de figuras geométricas irregulares. Así que, es necesario usar métodos indirectos conocidos como: método de triangulación, método de una trama cuadriculada y el método de descomponer un polígono irregular en cuadriláteros conocidos.

El método de triangulación consiste en dividir el polígono irregular en n número de triángulos, calcular el área de cada uno de ellos y finalmente, sumar las áreas. El resultado será el área total del polígono irregular.

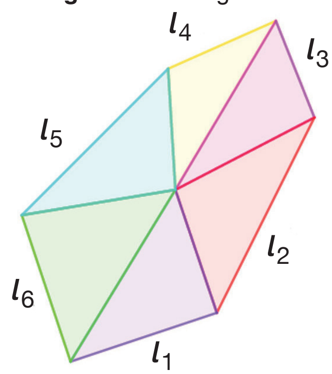
Ejemplo: polígono irregular de *k* número de lados de longitud *a*.

Figura 25. Polígono irregular



Se divide el polígono desde un punto central hacia cada uno de los vértices de la figura para trazar los triángulos.

Figura 26. Triangulación



Se calcula el área de cada triángulo, la suma de las áreas dará como resultado el área total del polígono:

$$\text{Área}=\frac{l_1(h_1)}{2}+\frac{l_2(h_2)}{2}+\cdots+\frac{l_n(h_n)}{2}$$

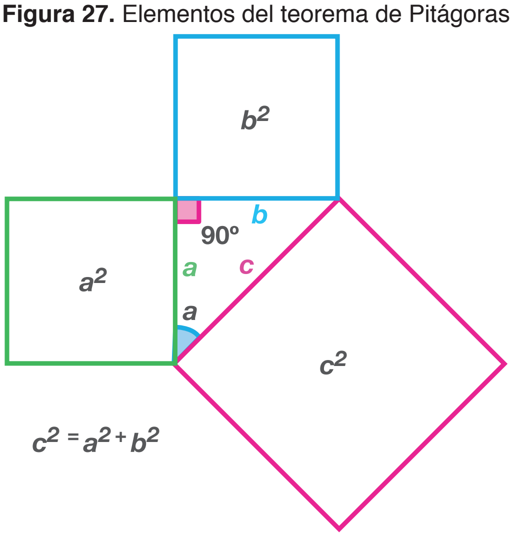
En esta fórmula, l_1 representa cada uno de los lados y h_1 la respectiva altura de cada lado.

2.1.5. Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras nos muestra una relación directa entre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo. Establece que, en cualquier triángulo rectángulo, la longitud de la hipotenusa al cuadrado es igual a la longitud del cateto adyacente al cuadrado, más la longitud del cateto opuesto al cuadrado. Se representa con la fórmula: $c^2 = a^2 + b^2$.

Y gráficamente podemos verlo representado en el siguiente triángulo:

Figura 27. Elementos del teorema de Pitágoras



Ejemplo: en el triángulo rectángulo, un cateto mide 4 m y el otro mide 3 m. ¿Cuánto mide la hipotenusa?

Respuesta: como el triángulo es rectángulo, se usa el teorema de Pitágoras con a = 4 m y b = 3 m, para encontrar la longitud c de la hipotenusa.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

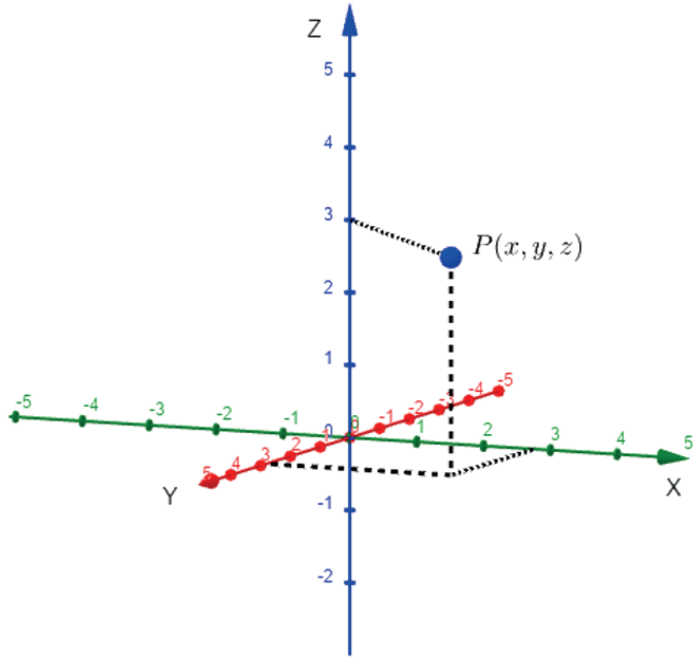
$$c^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$C = 5\ m^2$$

2.2. Coordenadas 3D

Las coordenadas cartesianas 3D especifican una ubicación precisa, mediante el uso de tres valores de coordenadas *x* (abscisa), *y* (cota) y *z* (cota), representadas en un trío ordenado: (*x, y, z*). Cada punto expresado de esta forma se ubica en un sistema cartesiano tridimensional el cual está compuesto por tres planos perpendiculares entre sí. Su representación es muy similar a la del sistema de coordenadas cartesianas en el plano, adicionando que la cota *z* da “altura” al punto. Gráficamente:

Figura 28. Punto en coordenadas cartesianas tridimensionales

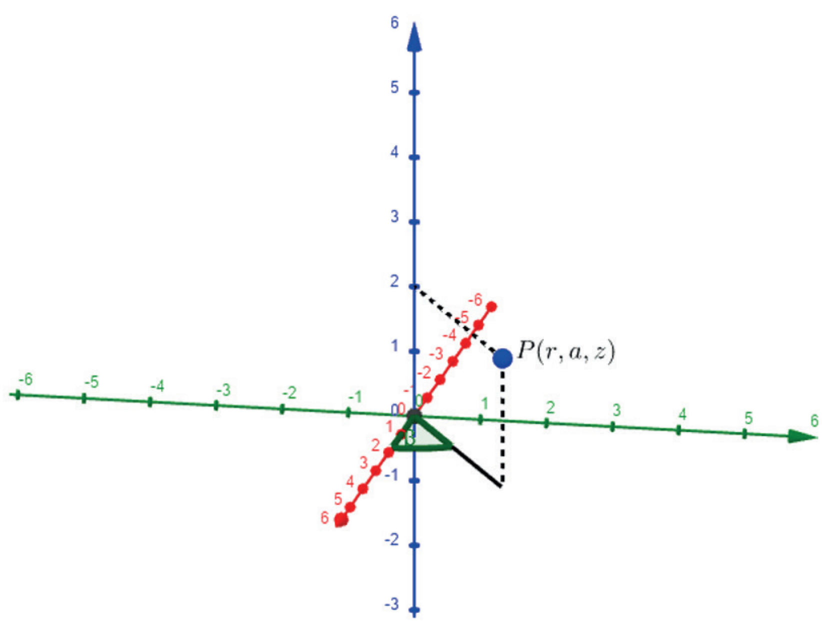


Sistema de coordenadas cilíndricas

En el espacio tridimensional, el sistema de coordenadas cilíndricas y el sistema de coordenadas esféricas componen la generalización del sistema de coordenadas polares. En el sistema de coordenadas cilíndricas, un punto *P* del espacio se representa por un trío ordenado (*r, a, z*), donde:

- ***r*:** es la coordenada radial, se define como la distancia del punto *P* al eje *X*. Su valor varía dentro del rango $0 \leq r < \infty$.
- ***a*:** es la coordenada azimutal, definida como el ángulo que forma con el eje *X* la proyección del radio vector sobre el plano *XY*. Su valor varía dentro del rango $0 \leq a < 2\pi$.
- ***z*:** es la coordenada vertical o altura, definida como la distancia del punto P al plano *XY*. Su valor varía dentro del rango $-\infty < z < \infty$.

Figura 29. Punto en coordenadas cilíndricas



Se le da el nombre de coordenadas cilíndricas ya que si hacemos rotar *r* sobre el eje *X* (*r* = *c*), se forma un cilindro circular.

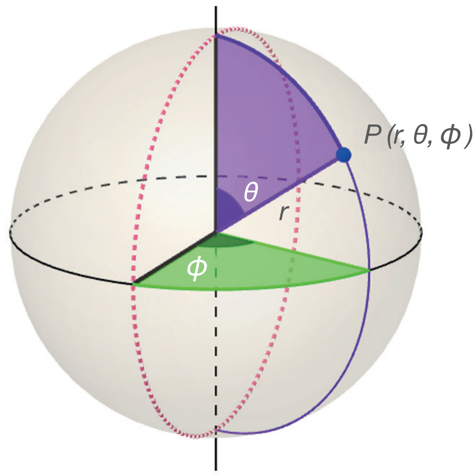
Sistema de coordenadas esféricas

En el sistema de coordenadas esféricas un punto *P* del espacio se representa por un trío ordenado (*r, θ, ϕ*), donde:

- ***r*:** es la coordenada radial, se define como la distancia del punto *P* al origen de coordenadas. Su valor varía dentro del rango $0 \leq r < \infty$.

- ***θ*:** es la colatitud, se define como el ángulo que forma r con el eje positivo *Z*. Su valor varía del rango $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
- ***ϕ*:** el azimutal, se define como el ángulo que forma la proyección de r sobre el plano *XY* y el eje positivo ***X***. Su valor varía del rango $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

Figura 30. Punto en coordenadas esféricas



2.2.1. Teorema de Pitágoras tridimensional

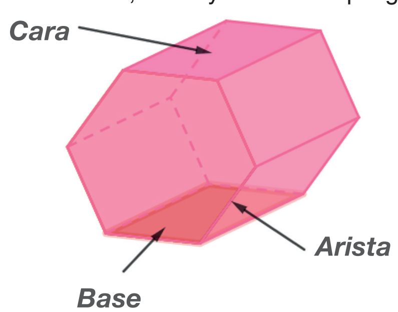
El teorema de Pitágoras en 3D, nos permite obtener información de áreas y volúmenes de figuras geométricas. Debemos recordar que el teorema está dado por: $a^2 + b^2 = c^2$

2.2.2. Polígonos 3D

Los siguientes términos son útiles al momento de describir un polígono tridimensional:

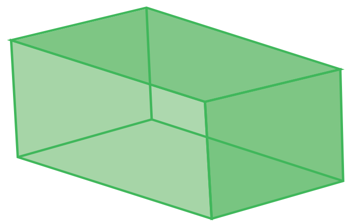
- **Base:** es la superficie inferior de un objeto sólido.
- **Arista:** es la intersección entre dos caras en un objeto sólido. Es una recta.
- **Cara:** es un lado plano de un objeto de tres dimensiones. (Shmoop Editorial Team, 2020).

Figura 31. Base, arista y cara de un polígono



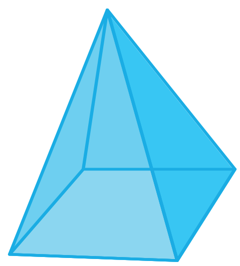
- **Prisma:** "es un objeto sólido con dos caras congruentes y paralelas". (Shmoop Editorial Team, 2020).

Figura 32. Prisma



- **Pirámide:** "es un objeto sólido, cuya base es un polígono y sus caras son triángulos". (Shmoop Editorial Team, 2020).

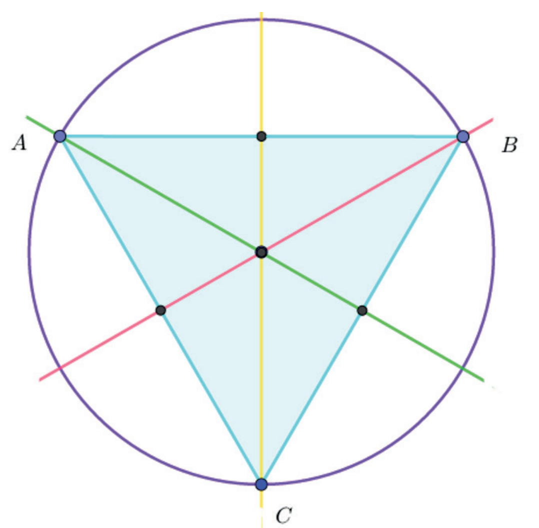
Figura 33. Pirámide



2.2.3. Teorema de Euler

El teorema de Euler afirma que, sí y sólo si, un triángulo es equilátero, entonces su ortocentro, baricentro y circuncentro son iguales. A continuación, una representación gráfica de este teorema y enseguida una descripción más profunda de qué es un ortocentro, baricentro y un circuncentro. (Gámez, 2015).

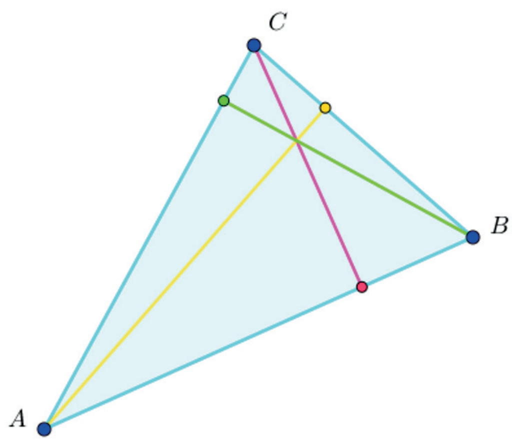
Figura 34. Teorema de Euler



Ortocentro

Según Gámez (2015), el ortocentro “es el punto de corte de las alturas de un triángulo. Las alturas son las rectas perpendiculares de cada lado, que pasan por el vértice contrario”. Siempre estas tres rectas se cortan en un solo punto, como ejemplo, podemos observar la siguiente figura.

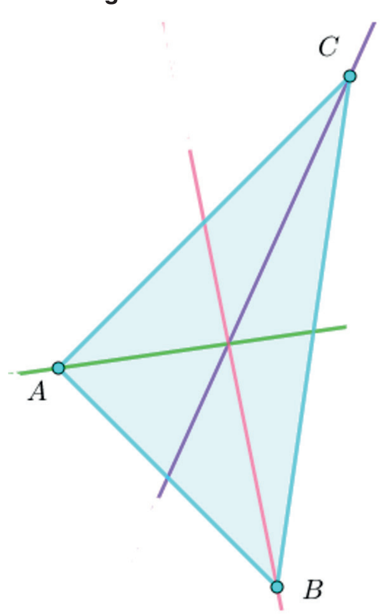
Figura 35. Ortocentro



Baricentro

Según Gámez (2015) “Es el punto de corte de las medianas de un triángulo. Las medianas son las rectas que pasan por el centro de cada lado del triángulo y cortan al vértice contrario”. Estas tres rectas también se cortan siempre en un solo punto.

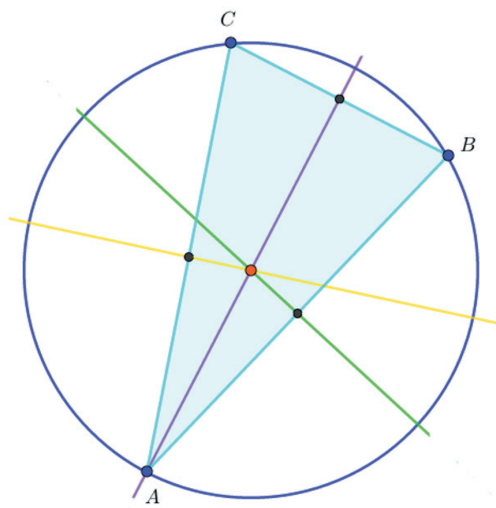
Figura 36. Baricentro



Circuncentro

Según Gámez (2015) "Es el punto de corte de las mediatrices de un triángulo. Las mediatrices son las rectas perpendiculares a cada lado y que pasan por el centro de éste". Como en los casos anteriores, sólo se obtiene un punto. Además, "cuando se traza una circunferencia de centro circuncentro y radio, hasta cualquiera de los vértices, se obtiene una circunferencia en la que está contenido el triángulo y los vértices pertenecen a la propia circunferencia". (Gámez, 2015).

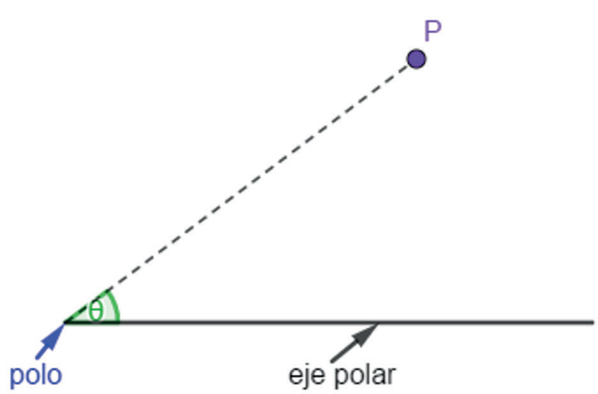
Figura 37. Circuncentro



2.3. Otros espacios de coordenadas

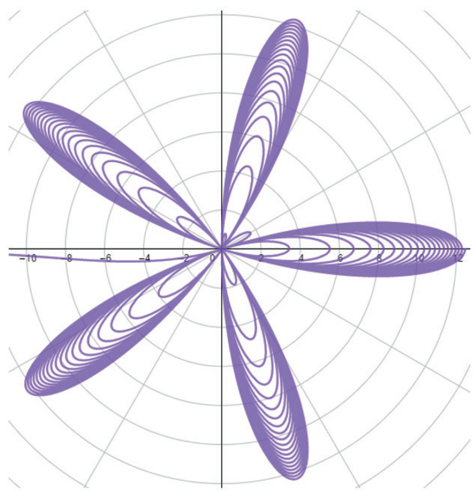
Las coordenadas polares o también llamadas sistemas polares son un sistema de coordenadas bidimensionales, en el cual, cada punto del plano se determina por una distancia y un ángulo; además, son ampliamente utilizados en física y trigonometría. (Haaser, La Salle y Sullivan, 1998).

Figura 38. Eje polar



El sistema polar es muy útil al representar gráficas de ecuaciones que en el plano cartesiano resultarían muy difíciles de dibujar. Cuando se determina una curva expresada en coordenadas polares, a ésta se le llama ecuación polar. Para graficar una ecuación polar, el primer paso es graficar la función en coordenadas rectangulares, después, guiados de esta gráfica y de la dependencia de r con respecto a θ, construimos la correspondiente en coordenadas polares. El siguiente es un ejemplo de la gráfica de una ecuación polar:

Figura 39. Gráfica de n pétalos polar



Cuando se trata de problemas que tienen simetría azimutal, es muy conveniente utilizar el sistema de coordenadas cilíndricas, el cual, es una versión tridimensional del sistema de coordenadas polares. Su representación ya la hemos abordado en este bloque.

Otro sistema que también se basa en el sistema de coordenadas polares, y que se enfoca en determinar la posición espacial dada una distancia y dos puntos, es el sistema de coordenadas esféricas. Su representación ya la hemos abordado en este bloque.

2.4. Diseño con el uso de coordenadas cartesianas

La descripción geométrica de fenómenos dinámicos y las relaciones existentes entre ellos y con su contexto espaciotemporal se puede realizar introduciendo el diseño de primitivas geométricas espaciotemporales, que consisten en una serie de estructuras básicas tridimensionales, resultantes de la representación de las estructuras espaciales ya conocidas: arco, cara y nodo, sobre la dimensión temporal. Estas primitivas "son formalizadas, mediante funciones matemáticas de coordenadas espacio-temporales, que permiten representar relaciones entre estos fenómenos. Las relaciones así obtenidas también se caracterizan por su dinamismo". (Maldonado y Vázquez, 2010, p. 232).

Las aplicaciones en el diseño, principalmente en el uso de radares y mapas, se extiende hacia disciplinas como la topografía, la geografía y la aeronáutica. Donde estableciendo un eje de coordenadas, se puede determinar la posición de un objeto, un punto, un territorio, una montaña, etc. Otra aplicación de los sistemas de coordenadas es el de determinar la posición de objetos móviles desplazándose en distintas direcciones, tal como los: vehículos terrestres, aéreos, marítimos e inclusive cohetes y proyectiles en movimiento. Y, aunque los sistemas de coordenadas son imprescindibles para construir mapas precisos, existen complicaciones, por ejemplo, al querer representar la superficie esférica de la tierra en un plano, se genera una distorsión, ya que, dependiendo de la escala, ésta puede ser de cientos hasta miles de kilómetros, por lo cual, se debe tener sumo cuidado con la escala y la variedad de representaciones aproximadas.

REFERENCIAS

Gámez, J. (2015). *La recta de Euler.* [Entrada de blog]. Recuperado de http://www.matematicasdigitales.com/la-recta-de-euler/

Haaser, N., La Salle, J. y Sullivan, J. (1998). *Análisis matemático, Curso de introducción.* Vol. I. México: Trillas.

Maldonado, A. y Vázquez, A. (2010). Diseño de primitivas geométricas espacio-temporales para describir fenómenos dinámicos. *Revista Internacional de Ciencia y Tecnología de la Información Geográfica, 10,* pp. 232-251.

Márquez, W. (2016). *Construyamos cuadriláteros. Unidad 4.* [Entrada de blog]. Recuperado de http://construyamoscuadrilateroswmarquez.blogspot.com/2016/11/paralelogramos.html

Palmer, C. y Fletcher, S. (2013). *Matemáticas prácticas.* (2ª ed.). Bogotá: Reverté, S.

Placencia, J. (2008). *Compendio de matemática básica elemental.* España. Tébar, S.L.

Portal Educativo. (s.f.). *Polígonos y sus características.* Recuperado de https://www.portaleducativo.net/octavo-basico/152/Poligonos-y-sus-caracteristicas

Ramírez, A. (2004). *Geometría analítica. Una Introducción a la geometría.* México: Las prensas de ciencias.

Shmoop Editorial Team. (2020). *Geometría básica Objetos en 3D (prismas, cilindros, conos, esferas).* Recuperado de https://www.shmoop.com/geometria-basica/objetos-3d.html